

## OM LUFTSTRØMNINGER FREMKALDTE VED TEMPERATURFORSKELLE I PORØSE LEGEMER

AF  
MARTIN KNUDSEN

(MEDDELT I MØDET DEN 5. NOVEMBER 1909)

### 1) Indledning og Oversigt over Undersøgelseresultaterne

I Aaret 1808 offentliggjorde DALTON sin Atomteori, der faa Aar efter suppleredes med AVOGADROS Molekular-teori. Disse Teorier har siden dannet Grundlaget ved den meste kemiske og fysiske Forskning, og de blev i forrige Aarhundrede i høj Grad udarbejdede og forbedrede, især ved Udformningen af den kinetiske Luftteori, hvorved især CLAUSIUS og MAXWELL har indlagt sig store Fortjenester.

I Følge den kinetiske Teori antager man, at en Luftart bestaar af smaa Partikler eller Molekuler, hvis indbyrdes Afstand gennemsnitlig er flere Gange større end selve Molekulernes Udstrækning. I en Luftart bevæger disse Molekuler sig blindt afsted mellem hinanden med en vis Middel-hastighed. For at faa Teorien til at passe med de kendte fysiske Grundlove for Luftarterne, MARIOTTES og GAY LUSSACS Love, maa vi antage, at Molekulhastighederne i en given Luftart kun kan forandres ved at man forandrer Luftens Temperatur. Ud fra den kinetiske Luftteori kan man let beregne, hvormange Stød  $n$  af de farende Molekuler hver Kvadratcentimeter af en fast Væg modtager i hvert Sekund. Man finder

$$n = \frac{1}{4} NQ \quad (1)$$

hvor  $N$  er Antallet af Molekuler i hver Kubikcentimeter og  $Q$  Molekulernes Middel-hastighed.

Paa denne Sætning, der let kan udledes matematisk af den kinetiske Teoris Forudsætninger, er saa godt som hele den kinetiske Teoris Anvendelse baseret. Det er saaledes ud fra denne Sætning, at man kan vise, at Trykket  $p$  i en Luftart maa kunne udtrykkes ved

$$p = \frac{\pi}{8} Nm \Omega^2 \quad (2)$$

og at Koefficienten  $\eta$  for den indre Gnidning kan udtrykkes ved

$$\eta = 0,30967 Nm \Omega \lambda \quad (3)$$

Størrelserne  $n$  og  $N$  kan man ikke bestemme nøjagtig ved direkte Tælling, da de Tal, som de repræsenterer er saa umaadelig store under almindelige Omstændigheder, og Molekulerne kan vi jo almindeligvis heller ikke se eller føle enkeltvis. Derfor er imidlertid Sætningen (1) lige brugbar. Multiplicerer vi nemlig begge Sider med  $m$ , Massen af hvert enkelt Molekul, faas

$$nm = \frac{1}{4} Nm \Omega$$

Her betegner  $nm$  den hele Vægtmængde, som træffer en Fladeenhed.  $Nm$  betyder Luftens Vægtfylde, der direkte kan maales, og  $\Omega$  kan man faa fra Ligning (2).

Det var MAXWELL, der først opstillede Ligning (3). Af denne Ligning følger, at den indre Gnidning  $\eta$  er uafhængig af Trykket, og MAXWELL fandt ved sine Forsøg, at dette Resultat af Teorien er rigtigt. I og for sig maa dette kaldes et meget mærkeligt og interessant Resultat, men det kuldcastede dog ikke nogen tidligere gængs Opfattelse, idet man ikke før havde interesseret sig for Luftarternes indre Gnidning og ikke før havde bestemt Gnidningens Afhængighed af Trykket.

Hvor man i det hele taget har anvendt den kinetiske Teori paa Luftarternes Varmeledning, Varmefylde og deres kemiske Virkning (Massevirkningsloven), har man fundet, at Teorien er i Stand til i hvert Fald i store Træk at give Resultater, der stemmer med Erfaringen, hvad enten Erfaringen saa har været vundet ved Forsøg udførte før eller efter de teoretiske

Spekulationer. Nogle mindre Afvigelser forekommer vel hist og her, men dem er man altid kommen udenom ved at erklære, at den matematiske Behandling i flere Tilfælde er saa vanskelig, at Matematikerne ikke ret har kunnet magte Opgaverne. I alle Tilfælde, hvor man ved simpel Logik og let overskuelige Regninger har afledt Resultater af den kinetiske Teori, har de vundne Resultater vist sig at stemme med de almindelig anerkendte fysiske Love fremkomne ad Eksperimentets eller den almindelige Erfarings Vej. Herved har den kinetiske Teori netop sin store Styrke, og den har herigennem hævet sig til en af de vigtigste og bedst funderede Teorier i de fysiske og kemiske Videnskaber. Skulde nogen anden Teori paa andre Omraader af Fysiken gøre den Førsterangen stridig i saa Henseende, kunde der vel kun blive Tale om Lysets Bølgeteori.

Som jeg skal vise, er der dog et Omraade, hvor der ved simpel Logik og ret elementær Matematik kan afledes et Resultat af den kinetiske Luftteori, som er i direkte Modstrid med gængs Opfattelse og hvad man har anset for at være virkelig Erfaring.

Har man en Luftart indesluttet i to med hinanden forbundne Beholdere, plejer man at anføre som Betingelse for Ligevægt, at Trykket skal være det samme overalt i hele Luftmassen, og at denne Ligevægtsbetingelse gælder, selv om de to Beholdere har forskellig Temperatur, og selv om der forekommer Temperaturforskelle i Forbindelsesrøret.

Benytter vi imidlertid Ordet Ligevægt som Betegnelse for den Tilstand, i hvilken de Vægtmængder Luft, som findes i hver af Beholderne, ikke mere forandres, naar Temperaturerne holdes uforandrede, kan den anførte Ligevægtsbetingelse i visse Tilfælde blive urigtig.

Nogle Betragtninger ud fra den kinetiske Luftteori har ført mig til at prøve Sagen eksperimentelt, og det har herved vist sig, at naar der i Beholdernes vide Forbindelsesrør indsættes

et snævert Rør, og naar det ene af Overgangsstederne fra det vide til det snævre Rør opvarmes, kan der opstaa en kendelig Trykforskel i de to Beholdere, der holdes paa samme Temperatur. Størrelsen af den Trykforskel, som man har i Ligevægtstilstanden, vokser med Sammenføjningens Temperaturoverskud over det øvrige System, og retter sig forøvrigt efter Middellufttrykket i de to Beholdere samt efter Forbindelsesrørets Viddeforhold og Luftartens Natur. Indtil den til Temperaturforskellen svarende Ligevægtstilstand er naaet, strømmer Luften i de undersøgte Tilfælde fra det snævre Rør gennem Opvarmningsstedet til det vide Rør. Forholdet mellem Trykforskellen i Ligevægtstilstanden og Trykket i den ene Beholder er for et givet Forbindelsesrør og en given Opvarmning af Sammensætningsstedet størst, naar Trykket er saaledes, at Luftmolekulernes Middelvejlgængde er af samme Størrelsesorden som Diameteren af det snævre Rør. Ved aftagende Tryk formindskes dette Forhold og ligeledes ved tiltagende Tryk og konvergerer mod 1 for store Tryk. Af det her fremsatte følger, at et Lufttermometers Angivelser maa være afhængige af Tværnittet af det Rør, som fører fra Termometerbeholderen til Manometret. Det er at vente, at jo snævrere Forbindelsesrøret vælges, desto mere vil det Tryk, som aflæses paa Manometret, være forskelligt fra det Lufttryk, som findes i selve Termometerbeholderen, og som er det Tryk, man burde bestemme.

Trykforskellen ved Atmosfæretryk er ved de almindeligt benyttede Lufttermometre sandsynligvis saa lille, at den ikke faar nogen praktisk Betydning, men af Hensyn til Brinttermometrets Benyttelse som Normalinstrument vilde andre specielle Maalinger rettede paa at undersøge dette Forhold maaske dog have Interesse.

Forskellen mellem Trykkene i de to Beholdere i Ligevægtstilstanden er meget lille ved meget smaa Tryk, vokser derpaa med voksende Middeltryk og naar et Maksimum, naar Luft-



molekulernes Middelvejtlængde er flere Gange mindre end det snævre Rørs Diameter; med yderlig voksende Tryk aftager Trykforskellen paa Grund af frem- og tilbagegaaende Strømninger i Røret og blev ved de udførte Forsøg mindre end  $\frac{1}{10}$  mm Kvægsølvtryk ved  $\frac{1}{3}$  Atmosfæres Middeltryk.

Af det ovenfor fremsatte følger, at hvis de to omtalte Beholdere forbindes ved et Rør, der overalt har samme Temperatur, foruden at de er forbundne med det ulige vide Rør, der opvarmes, faar man en kontinuert Luftstrøm i Systemet i Analogi med termoelektriske Strømme. Desuden vil Virkningen forøges ved at anbringe flere Rørsammensætninger i Række og opvarme eller afkøle hvert andet Overgangssted. Ved paa denne Maade at anbringe 10 Elementer i Række, i hvilke de snævre Rør havde en Diameter paa  $\frac{1}{3}$  mm, og anvende en Opvarmning paa ca.  $500^{\circ}$  har jeg ved et Middeltryk af ca.  $\frac{1}{4}$  mm Kvægsølvtryk haft Trykket 10 Gange saa stort i den ene Beholder som i den anden i Ligevægtstilstanden, og ved et Middeltryk af ca.  $3\frac{1}{2}$  mm Kvægsølvtryk var Forskellen mellem Trykkene i Ligevægtstilstanden næsten 3 mm Kvægsølvtryk.

I Følge det anførte kan man vente, at naar et porøst Legeme opvarmes ulige stærkt paa forskellige Steder, vil Luften i Porerne faa det største Tryk i Ligevægtstilstanden paa de varmeste Steder. Er en Plade af porøst Stof f. Eks. varmere paa den ene end paa den anden Side, vil den suge Luft igennem sig fra den kolde til den varme Side, og denne Luftstrøm vedvarer, saa længe Temperaturforskellen mellem Pladens Sider opretholdes. Man kan benytte dette Forhold til en simpel og bekvem Demonstration af Fænomenet, idet man ad elektrisk Vej opvarmer Luften inde i en porøs Ler- eller Porcellænskolbe. Den udviklede Varme ledes da bort til den ydre Luft gennem Kolbens Vægge, og disse holder sig varmere indvendig end udvendig. Derved suges den ydre Luft ind gennem Væggene, og føres et Rør fra Kolben ned i Vand, ser man Luften boble

op gennem Vandet, og man kan bekvemt maale det i Ligevægtstilstanden bestaaende Overtryk. Ved kraftig Opvarmning kan dette let bringes op til et Par cm Kvægsølvtryk, og den Luftmængde, som en Kolbe paa 100 ccm afgiver, kan let bringes op til 100 ccm i Minuttet.

Dette Fænomen har ganske utvivlsomt Betydning i Naturen. Maaske spiller det en Rolle ved Planternes Luftfornyelsesproces, og det maa være medvirkende til at forny Jordlagenes Luftindhold, idet Luften drages frem, hvor Jordoverfladen opvarmes af Solen, og trænger ind, hvor saadan Opvarmning ikke finder Sted.

I Aaret 1872 har CARL NEUMANN<sup>1</sup> i Følge teoretiske Betragtninger draget den Slutning, at naar man i et Rør (paa anden Maade end ved Opvarmning) bringer Luften paa en Strækning i en anden Tæthedstilstand end i Rørets øvrige Dele, vil en Temperaturdifferens mellem Enderne af denne Strækning fremkalde Bevægelse i Luften. FEDDERSEN<sup>2</sup> prøvede denne saakaldte Thermodiffusion eksperimentelt og fandt, at pulverformede Stoffer som Platinsvamp, Palladiumsvamp o. a., der virker tiltrækkende paa Luften og saaledes kan ventes at frembringe den forlangte Tæthedstilstand, virker paa den ventede Maade.

I det følgende skal vises, at Virkningen kan ventes overalt, hvor en Luftart er i Berøring med et fast Legeme, hvis Overflade har forskellig Temperatur paa forskellige Steder, og uden at Legemet virker absorberende eller adsorberende paa Luftarten som forudsat af Neumann og Feddersen.

## 2) Teori

De Betragtninger, som har ført mig til en eksperimentel Undersøgelse af de omtalte Forhold, er følgende:

Lad  $V_1$  og  $V_2$  (Fig. 1) være de to Beholdere og lad  $V_1$

<sup>1</sup> Berichte der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, Sitzung vom 15. Februar 1872.

<sup>2</sup> Ann. d. Phys. u. Chemie 148 S. 302, 1873.

have den absolute Temperatur  $T_1$  til Tværsnittet  $A$  paa Forbindelsesrøret, medens Temperaturen af  $V_2$  er  $T_2$  regnet fra dette Tværsnit. Er  $p_1$  og  $p_2$  Trykkene i de to Beholdere, hævder man, at Ligevægtsbetingelsen under almindelige Forhold er  $p_1 = p_2$ . I Følge den kinetiske Luftteori har man Trykket  $p$  bestemt ved  $p = \frac{\pi}{8} Nm \Omega^2$ . Ligevægtsbetingelsen  $p_1 = p_2$  kan derfor skrives

$$N_1 \Omega_1^2 = N_2 \Omega_2^2 \quad (4)$$

hvor  $N_1$  og  $\Omega_1$ ,  $N_2$  og  $\Omega_2$  er Molekulantallet og Hastigheder i de to Beholdere saa langt borte fra Temperaturovergangsstedet  $A$ , at Temperaturerne kan betragtes som konstante. Hvis det var muligt at holde Temperaturerne i de to Beholdere konstante helt hen til Fladen  $A$ , saa

der i denne Flade fandtes en brat Overgang fra Temperaturen  $T_1$  til Temperaturen  $T_2$ , bliver Ligevægts-

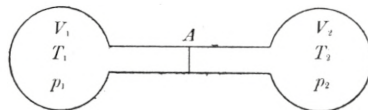


Fig. 1.

betingelsen imidlertid en anden. Ligevægtsbetingelsen maa nemlig i alle Tilfælde være den, at der gennem et hvilket som helst Tværsnit gaar ligesaa stor en Vægtmængde Luft i den ene Retning som i den modsatte. Den Vægtmængde Luft, som i 1 Sekund gaar gennem  $1 \text{ cm}^2$  af Tværsnittet  $A$  fra venstre mod højre, er under Forudsætning af den omtalte bratte Temperaturovergang i Følge den kinetiske Teori  $\frac{1}{4} N_1 m \Omega_1$ , medens den Vægtmængde, som i samme Tid passerer i modsat Retning, bliver  $\frac{1}{4} N_2 m \Omega_2$ . Ligevægtsbetingelsen bliver altsaa i dette Tilfælde

$$N_1 \Omega_1 = N_2 \Omega_2 \quad (5)$$

Da Temperaturerne  $T_1$  og  $T_2$  og dermed Hastighederne  $\Omega_1$  og  $\Omega_2$  er forudsat at være forskellige, kan Ligningerne (4) og (5) ikke begge være rigtige. Ligning (5) maa være den virkelige Ligevægtsbetingelse, hvis den kinetiske Teori er i Stand til

ogsaa her at give et rigtigt Billede af de faktiske Forhold. Denne Ligning kan imidlertid skrives

$$\frac{N_1 \Omega_1^2}{N_2 \Omega_2^2} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \text{ eller } \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (6)$$

i Modsætning til  $\frac{p_1}{p_2} = 1$ .

Ligningen (2) kan ogsaa skrives

$$\frac{N_1 m}{N_2 m} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \text{ eller } \frac{\rho_1}{\rho_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (7)$$

hvor  $\rho_1$  og  $\rho_2$  er Vægtfylderne i de to Beholdere. I Modsætning hertil giver Ligevægtsbetingelsen (4)  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1}$ , hvilket er et Udtryk for Gay Lussacs Lov, der altsaa heller ikke skulde ventes at kunne finde Anvendelse paa det foreliggende Tilfælde.

Spørgsmaalet bliver nu, om man kan frembringe eller om der i Naturen findes en saa brat Temperaturovergang, som her er forudsat. Man kunde tænke sig den tilvejebragt paa den Maade, at der i Røret ved  $A$  indsættes en tynd fast Skillevæg forsynet med et lille Hul. Har venstre Side af Skillevæggen da Temperaturen  $T_1$  og højre Temperaturen  $T_2$ , vil det Antal Molekuler, som i Tidsenheden gennemfarer hver Fladeenhed af Hullet fra venstre mod højre, som jeg har vist eksperimentelt ved tidligere Maalinger, være lig med  $\frac{1}{4} N_1 \Omega_1$ , medens det Antal, der passerer i modsat Retning er  $\frac{1}{4} N_2 \Omega_2$ , hvorfor Ligevægtsbetingelsen i dette Tilfælde bliver  $N_1 \Omega_1 = N_2 \Omega_2$ . Har man derimod en kontinuert Temperaturovergang, kan man ikke paa Forhaand vente at  $\frac{1}{4} N \Omega$  er et Udtryk for det Antal Molekuler, der i Tidsenheden træffer en Fladeenhed, eller at Trykket kan angives ved  $\frac{\pi}{8} N m \Omega^2$ .

Lad os imidlertid antage, at vi kun fjærner os lidt fra den bratte Temperaturovergang paa den Maade, at vi antager, at en ringe Brøkdel af de Molekuler, som fra venstre Side gaar



gennem Hullet, har Hastigheder mellem  $\varrho_1$  og  $\varrho_2$ , medens Størsteparten har Middelhastigheden  $\varrho_1$ , samt at de Molekuler, der gaar modsat Vej, for Størstedelen har Hastigheden  $\varrho_2$  og en ringe Brøkdel af dem har Hastigheder mellem  $\varrho_1$  og  $\varrho_2$ . Ved en saadan ringe Forandring fra den oprindelige Tilstand maa Ligevægtsbetingelsen blive saaledes, at man med Tilnærmelse har  $N_1\varrho_1 = N_2\varrho_2$ , hvilket er uforeneligt med  $N_1\varrho_1^2 = N_2\varrho_2^2$ , naar der er en betydelig Forskel mellem  $\varrho_1$  og  $\varrho_2$ . Denne sidste Ligning er altsaa heller ikke Ligevægtsbetingelsen i dette Tilfælde, hvor man kan forudsætte at have en kontinuert om end ret brat Temperaturovergang i Forbindelsesrøret. Har man  $\varrho_1 > \varrho_2$ , vil man, idet man sætter  $N_1\varrho_1 = N_2\varrho_2$  have  $N_1\varrho_1^2 > N_2\varrho_2^2$ , hvilket betyder, at det største Tryk i Ligevægtstilstanden skal findes i den varmeste Beholder. Havde Forbindelsesrøret været vidt i Sammenligning med Luftmolekulernes Middelvejlængde, og havde Skillevæggen været borte, vilde man som bekendt i hvert Fald med Tilnærmelse have den anden Ligevægtbetingelse, nemlig  $N_1\varrho_1^2 = N_2\varrho_2^2$ , eller at Trykket i de to Beholdere er lige store.

Vi ser saaledes, at vi for forskellige Temperaturovergangsformer i en Luftmasse har forskellige Udtryk for Ligevægtsbetingelsen. I Ligevægtstilstanden modtager Pladen med Hullet ulige store Tryk fra hver Side, og Pladen vilde, hvis den var bevægelig, bevæge sig i Rørets Længderetning. Findes der en Gnidningsmodstand mellem Pladen og Væggen, vil Overtrykket paa Pladens ene Side overføres til Væggen som en Tangentialkraft. Tilstedeværelsen af en saadan Tangentialkraft, der virker i Rørets Længderetning i Ligevægtstilstanden, vil omvendt angive, at der maa findes en Trykforskel i Luften paa de to Sider af Temperaturovergangen. Man kan nu let indse, at i Følge den kinetiske Luftteori maa der virke en Tangentialkraft paa Rørvæggene i et cylindrisk Rør, i hvilket der finder en Temperaturovergang Sted, selv om Temperaturovergangen er kontinuert, og selv om der ikke er nogen Plade i Røret.

Lad Forbindelsesrøret (Fig. 1) være cylindrisk uden indsat Plade, og lad Temperaturen aftage kontinuert fra venstre mod højre. Det Antal Stød,  $n$ , som en Fladeenhed  $A$  af Væggen modtager af Molekuler kommende fra venstre, antager vi i Ligevægtstilstanden at være lig med det Antal Stød, som samme Fladeenhed modtager af Molekuler kommende fra højre, idet vi forudsætter, at der i Ligevægtstilstanden ikke foregaar nogen Strømning langs Rørvæggen. Har de Molekuler, der kommer fra venstre, Middelhastigheden  $\mathcal{Q}'$  og de, der kommer fra højre, Middelhastigheden  $\mathcal{Q}''$ , bliver den Bevægelsesmængde, som den betragtede Fladeenhed modtager i Rørets Retning, proportional med  $n(\mathcal{Q}' - \mathcal{Q}'')$ .  $\mathcal{Q}'$  maa være større end  $\mathcal{Q}''$ , da vi har forudsat, at der finder et Temperaturfald Sted i Rørets Længderetning fra venstre mod højre og dermed ogsaa i Luftmassen. De Molekuler, der træffer Fladeenheden kommende fra venstre, er følgelig komne fra Steder, hvor der er en højere Temperatur, og hvor Molekulerne derfor har større Hastighed end paa de Steder, hvorfra de fra højre kommende Molekuler sidste Gang stødte mod andre Molekuler eller mod Rørvæggen, før de træffer den betragtede Arealenhed.

En nøjagtig Beregning af det Antal Stød  $n$ , som den betragtede Fladeenhed modtager i Sekundet fra hver af Siderne, er vanskelig, naar baade  $\mathcal{Q}$ ,  $N$  og Middelvejlængden  $\lambda$  varierer fra Sted til Sted i Røret. Antager vi imidlertid, at Temperaturgradienten er lille, vil det Antal Stød  $dn$ , som Fladeenheden i Sekundet modtager fra Rumvinklen  $d\omega$ , under Indfaldsvinklen  $\alpha$ , med Tilnærmelse kunne sættes lig

$$dn = \frac{1}{4\pi} N\mathcal{Q} \cos \alpha d\omega$$

Vi antager dernæst, at Temperaturen aftager paa en saadan Maade i Rørets Retning, at  $\frac{d\mathcal{Q}}{dl}$ , hvor  $dl$  er et Længdeelement i Rørretningen, kan sættes konstant paa en Strækning, der er nogle Gange større end  $\lambda$ , og betegner ved  $\mathcal{Q}$  Molekulernes

Middelhastighed i Tværsnittet gennem den betragtede Fladeenhed, idet vi forudsætter, at alle Molekuler i samme Tværsnit har samme Middelhastighed.

Vi lægger et retvinklet Koordinatsystem (Fig. 2) med Begyndelsepunkt i den betragtede Fladeenhed,  $l$  Aksen i Rørets Længderetning og lader  $z$  Aksen være Normalen til Fladeenheden. Den betragtede Rumvinkels Ben  $\lambda$  danner Vinklen  $\alpha$  med Normalen og Vinklen  $\beta$  med Rørets Længderetning. Man indser let, at de stødende Molekuler gennemsnitlig vil have den Hastighed, som findes i Afstanden  $\lambda$  fra

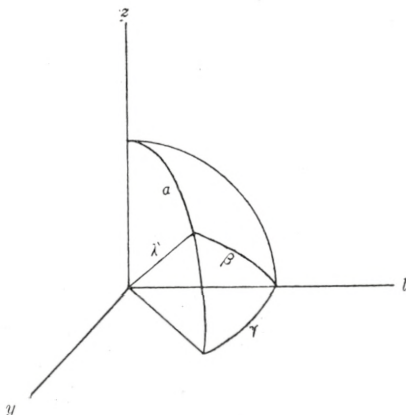


Fig. 2.

Fladeenheden, og denne Hastighed er i Følge Forudsætningerne  $\Omega + \frac{d\Omega}{dl} \lambda \cos \beta$ , naar  $\alpha$  regnes til højre for Tværsnittsplanen  $yz$ , og  $\Omega - \frac{d\Omega}{dl} \lambda \cos \beta$ , naar  $\alpha$  regnes til venstre, idet  $\frac{d\Omega}{dl}$  er forudsat at være negativ. Det maa imidlertid her forudsættes, at Middelvejtlængden  $\lambda$  er lille i Forhold til Rørdiametren, hvorfor det følgende kun gælder for dette Tilfælde.

Den Bevægelsesmængde, som Fladeenheden faar i Rørets Retning ved Stødene af de Molekuler, der kommer fra Rumvinklen  $d\omega$  beliggende til højre for Tværsnittet, bliver følgelig  $mdn (\Omega + \frac{d\Omega}{dl} \lambda \cos \beta) \cos \beta$ . Fra den dermed symmetriske Rumvinkel  $d\omega$  med Hensyn til Tværsnittsplanen modtager Fladeenheden ogsaa Stødtallet  $dn$  og dermed i Retning fra venstre mod højre Bevægelsesmængden  $mdn (\Omega - \frac{d\Omega}{dl} \lambda \cos \beta) \cos \beta$ . Den ved disse Stød resulterende Bevægelsesmængde  $dM'$  fra

venstre mod højre bliver da

$$dM' = \div 2m dn \frac{d\Omega}{dl} \lambda \cos^2 \beta, \text{ hvoraf } M' = \div 2m \int \frac{d\Omega}{dl} \lambda \cos^2 \beta dn,$$

idet vi har forudsat, at Molekulerne efter Stødene fordeler sig symmetrisk med Hensyn til Tværnsnitsplanen og med lige store Middelhastigheder, saaledes som de vilde gøre, hvis de tilbagekastes efter  $\cos$ -Loven med Hastigheder alene bestemt ved Fladeenhedens Temperatur.

I Udtrykket for  $M'$  indføres den omstaaende Værdi for  $dn$  og Integrationen udføres. Man faar da  $M' = -\frac{1}{16} Nm\Omega\lambda \frac{d\Omega}{dl}$ . Ved denne Regning er Molekulernes Hastigheder alle sat ligestore og lig med  $\Omega$  i det betragtede Tværnsnit. Antager man, at Hastighederne er fordelte efter Maxwells Lov, faas, at den Bevægelsesmængde  $M$ , som hver Overfladeenhed af Væggen modtager i Sekundet paa Grund af Molekulhastighedernes Variation gennem Røret, kan sættes lig  $M = -\frac{3\pi}{128} \cdot Nm\Omega\lambda \frac{d\Omega}{dl}$ . Idet man har  $Nm\Omega\lambda = \frac{\eta}{0,30967}$ , hvor  $\eta$  er Gnidningskoefficienten, faas

$$M = -\frac{3\pi\eta}{128 \cdot 0,30967} \frac{d\Omega}{dl}$$

Størrelsen  $M$  er den Tangentialkraft, hvormed Luften paa virker en Fladeenhed af Røret i dets Længderetning, og findes der ikke i Luftlagene nogen Strømning, som yderligere afgiver Bevægelsesmængde til Rørvæggen, maa man have, idet  $\frac{dp}{dl}$  er Trykgradienten, at

$$2\pi RM + \pi R^2 \frac{dp}{dl} = 0.$$

Heraf faas

$$\frac{dp}{dl} = \frac{3\pi\eta}{64 \cdot 0,30967R} \frac{d\Omega}{dl}$$



Nu har man  $\Omega = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \sqrt{\frac{T}{273 \rho_0}}$ , hvor  $T$  er den absolute Temperatur og  $\rho_0$  er Luftartens Vægtfylde ved  $0^\circ$  Celsius og Trykket  $1 \text{ Dyn/cm}^2$  og  $\eta$  i Følge SUTHERLANDS Formel sættes lig

$$\eta = \eta_0 \frac{1 + \frac{C}{273}}{1 + \frac{C}{T}} \sqrt{\frac{T}{273}}$$

hvor man for Brint i Følge K. SCHMITT<sup>1</sup> har  $C = 83$  og  $\eta_0 = 10^{-7} \cdot 841$ . Indsættes disse Størrelser samt  $\rho_0 = 10^{-12} \cdot 88,62$

og erstattes Faktoren  $\frac{1 + \frac{C}{273}}{1 + \frac{C}{T}}$  i SUTHERLANDS Formel med 1,12,

hvilket kan gøres med tilstrækkelig Nøjagtighed i Temperaturintervallet  $T_1 = 300$  og  $T_2 = 800$ , faas

$$R \frac{dp}{dT} = 0,0139.$$

I et Rør med Radius  $R = 0,0187$ , i hvilket Temperaturfaldet er  $500^\circ$ , faar man deraf

$$p_1 - p_2 = 371,9 \text{ Dyn/cm}^2,$$

og med 10 saadanne Rør adskilte med vide Rør med Radius  $0,51 \text{ cm}$ , faar man

$$p_1 - p_2 = 3583 \text{ Dyn/cm}^2 = 2,695 \text{ mm Kvægsølvtryk.}$$

Sammenlignes dette med de i Tabellen over Observationerne anførte Værdier for  $p_1$  og  $p_2$  i Ligevægtstilstanden, finder man, at den største forefundne Trykdifferens er  $2,776 \text{ mm}$  Kvægsølvtryk, altsaa endog lidt større end den beregnede, men derimod finder man, at Trykdifferensen for voksende Tryk aftager hurtigt til meget smaa Værdier, medens den i Følge ovenstaaende Formel skulde holde sig konstant.

<sup>1</sup> K. SCHMITT: Ann. d. Phys. **30** S. 398, 1909.

Som Følge heraf vil vi opgive Forudsætningen om, at den betragtede Fladeenhed modtager lige mange Stød fra begge Sider, hvilket kan udtrykkes ved at antage, at der i Ligevægtstilstanden ved større Tryk foregaar Strømninger i Røret, og at disse Strømninger er af en saadan Beskaffenhed, at Rørvæggen faar en mindre Bevægelsesmængde end  $M$ . Strømningen langs Rørvæggen maa følgelig gaa i Retning af voksende Temperatur. I Ligevægtstilstanden skal i Følge dette Begrebs Definition den hele Luftmængde, som passerer gennem hvert Tværnit, være Nul, og vi maa altsaa samtidig med den omtalte Glidningsstrøm langs Væggen have en Luftstrøm i Rørets Indre gaaende i modsat Retning, altsaa i den Retning, i hvilken vi havde ventet at finde et Trykfald. At der i Rørets Indre, hvor Luftlagene kun har den indre Gnidningsmodstand at overvinde, maa findes en Strømning i Retning af aftagende Tryk, er for øvrigt meget naturligt.

Efter dette vil vi gaa ud fra, at Temperaturfaldet frembringer Strømninger af den omtalte Art, og undersøge, hvilke Trykforskelle der kan ventes under denne Antagelse. Vi kan da først beregne Størrelsen af den Bevægelsesmængde  $M$ , som hver  $\text{cm}^2$  af Væggen modtager paa Grund af Temperaturfaldet, der bevirker, at de stødende Molekuler, der kommer fra den ene Side, har en større Hastighed end de, der kommer fra den anden Side. Ved denne Beregning kan man ikke gaa ud fra den tidligere Forudsætning, at  $\varrho$  skal have samme Middelværdi overalt i et Tværsnitsplan. Strømningen maa nemlig bevirke, at de isotherme Flader danner en Vinkel med Rørvæggens Normal. Idet Luftlagenes Hastighed i Temperaturfaldets Retning maa aftage fra Rørets Akse ud mod Rørvæggen, kan man vente, at de isotherme Flader danner en spids Vinkel med den Retning af Rørvæggen, i hvilken Temperaturfaldet findes. Dette vil atter bevirke, at de Molekuler, der fra venstre kommer med særlig stor Hastighed, er flere end de, der kommer fra højre med en særlig lille Hastighed, hvorfor det

ovenfor beregnede Udtryk maa antages at være numerisk mindre end den Bevægelsesmængde  $M$ , som Fladeenheden virkelig modtager paa Grund af Temperaturfaldet alene uden at medregne den Bevægelsesmængde, som direkte hidrører fra Luftstrømmen langs Væggen. Vi vil sætte  $M = -k_1 \frac{3\pi\eta}{128 \cdot 0,30967} \frac{d\Omega}{dl}$ . Stør-

relsen  $k_1$  kan ikke være en Konstant, da vi for smaa Tryk, hvor Strømningerne i modsatte Retninger kun kan udvikles i meget ringe Grad, maa have de isotherme Flader næsten vinkelrette paa Rørets Længderetning og dermed  $k_1 = 1$ . Efterhaanden som Middelvejlængden ved voksende Tryk bliver en mindre og mindre Brøkdel af Rørdiametren, vil de isotherme Flader blive mere og mere skraatstillede i Forhold til Rørvæggens Normal, men det er rimeligt at antage, at Vinklen, som de danner med Normalen, konvergerer mod en vis Værdi, der er mindre end  $90^\circ$ . Vi har nemlig, at den Luftmasse, som glider langs Væggen, skal være lig med den, som i Rørets Indre passerer i modsat Retning. Er Middelvejlængden nu meget lille i Sammenligning med Rørdiametren og antager vi, at det Luftlag, der glider langs Væggen, i alle Tilfælde har en Tykkelse, der er af samme Størrelsesorden som Middelvejlængden, maa den absolute Værdi af den modgaaende Luftstrøms Hastighed inde i Røret være meget lille. Forskellen mellem Hastigheden af det langs Væggen glidende Luftlag og Luftlagene længere inde i Røret maa derfor antages at konvergere mod en vis Værdi, naar  $\frac{2R}{\lambda}$  vokser mod uendelig, og dermed maa de isotherme Fladers Vinkel med Rørvæggens Normal og dermed ogsaa  $k_1$  konvergere mod en vis Værdi, der for  $k_1$ 's Vedkommende er større end 1.

Ved en tidligere Lejlighed<sup>1</sup> har jeg forsøgt at beregne, hvor stor en Vægtmængde Luft  $G$  der strømmer gennem et cylindrisk Rør, der har samme Temperatur overalt, naar Tryk-

<sup>1</sup> Ann. d. Phys. 28 S. 123, 1909.

gradienten er  $\frac{dp}{dl}$ . Jeg har fundet, at naar den Bevægelsesmængde  $B'$ , som hver Fladeenhed af Rørvæggen modtager i Sekundet, sættes lig

$$B' = \frac{3\pi}{32} N\Omega mv \left(1 + \frac{2R}{\lambda}\right),$$

vil Luftmassen bevæge sig med en Middelhastighed  $V$ , hvor  $V = v \left(1 + \frac{2RK}{\lambda}\right)$ . I dette Udtryk for  $V$  er dog ikke medregnet de Hastigheder, som skyldes, at Hastighederne i Følge den almindelige Lov for den indre Gnidning tiltager fra Rørvæggen ind mod Rørets Akse. Medregnes disse Hastigheder, fik man den i hvert Sekund gennem Røret strømmende Vægtmængde Luft  $G$  udtrykt ved

$$G = - \left( ap + b \frac{1 + \frac{2R}{\lambda} K}{1 + \frac{2R}{\lambda}} \right) \frac{dp}{dl},$$

hvor  $a = \frac{\pi}{8} \frac{\rho_1}{\eta} R^4$  og  $b = \frac{1}{3} \sqrt{2\pi} V \rho_1 R^3$ . Det fandtes, at et Udtryk af denne Form stemmede godt med de iagttagne Værdier,

dog maatte Faktoren  $\frac{1 + \frac{2R}{\lambda} K}{1 + \frac{2R}{\lambda}}$  ombyttes med  $\frac{1 + 0,81 \frac{5R}{\lambda}}{1 + \frac{5R}{\lambda}}$ ,

hvilket for store Værdier af  $\frac{R}{\lambda}$  gaar over til 0,81. Erstatte vi i Udtrykket for  $B'$  ligeledes det nævnte Forhold med 0,81, faas  $B' = \frac{3\pi}{32} Nm\Omega V \frac{1}{0,81}$ . Er  $\frac{2R}{\lambda}$  lille, bliver som bekendt

det tilsvarende Udtryk for Bevægelsesmængden  $B'' = \frac{3\pi}{32} Nm\Omega V$ , hvoraf vi ser, at for en given Glidningshastighed  $V$  er  $B'$  forholdsvis større end  $B''$ . Man kan tænke sig, at dette hidrører fra, at Luftlagenes Hastighed vokser stærkt fra Rørvæggen ind mod Aksen, saa den overførte Bevægelsesmængde bliver større end den, der vilde fremkaldes af en konstant Hastighed  $V$



i alle et Tværsnits Fladeelementer. Hvis omvendt Hastigheden aftager fra Væggen ind mod Rørets Akse, kan vi vente, at den overførte Bevægelsesmængde bliver mindre end den, der vilde fremkaldes af den konstante Hastighed  $V$ . Dette Tilfælde maa vi nødvendigvis have i Ligevægtstilstanden, og vi vil derfor antage, at den Bevægelsesmængde  $B$ , som hver Fladeenhed af Væggen modtager i dette Tilfælde, kan udtrykkes ved  $B = 0,81 B''$  i Analogi med, at vi har fundet  $B' = \frac{1}{0,81} B''$ .

Vi sætte altsaa  $B = \frac{3\pi}{32} Nm \Omega 0,81 V$ .

Idet vi satte  $G = -(ap + 0,81b) \frac{dp}{dl}$ , betegner  $-0,81b \frac{dp}{dl}$  den Vægtmængde Luft, som i Tidsenheden strømmer gennem Røret paa Grund af Middelastigheden  $V$ . Vi har altsaa  $-0,81b \frac{dp}{dl} = \pi R^2 \rho V$ . I Ligevægtstilstanden skal  $G$  være Nul i Følge Definitionen, hvilket giver:

$$\pi R^2 \rho V = ap \frac{dp}{dl}$$

Indsættes den heraf fundne Værdi  $V$  i Udtrykket for  $B$  faas:

$$B = \frac{3 \cdot 0,81}{32} \Omega \frac{ap}{R^2} \frac{dp}{dl}$$

Den hele Bevægelsesmængde, som hver Fladeenhed af Væggen modtager i Sekundet, er lig  $M + B$ , hvilket giver Ligevægtsbetingelsen

$$2\pi R(M + B) + \pi R^2 \frac{dp}{dl} = 0$$

Indsættes de fundne Værdier for  $M$  og  $B$ , faas:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{0,00139 \frac{1 + \frac{C}{273}}{1 + \frac{C}{T}} \frac{\eta_0}{\sqrt{\rho_0}} k_1}{R + 25,98 \frac{\sqrt{\rho_0}}{\eta_0} \frac{1 + \frac{C}{T}}{1 + \frac{C}{273}} R^2 \frac{p}{T}}$$

Sættes ligesom tidligere  $R = 0,0187$  samt for Brintens Vedkom-

mende  $\frac{\eta_0}{V\rho_0} = 8,933$  og med Tilnærmelse  $\frac{1 + \frac{C}{273}}{1 + \frac{C}{T}} = 1,12$ , faas

$$\frac{dp}{dT} = \frac{0,0139 k_1}{0,0187 + 0,000910 \frac{p}{T}}$$

Integreres dette Udtryk over hele Røret fra  $T_1$  til  $T_2$ , faas, idet  $k_1$  sættes lig med 1, Trykforskellen  $p_1 - p_2$  i Ligevægtstilstanden udtrykt ved, at man har

$$p_2 = (p_1 - 0,718 T_1) \left( \frac{p_1 + 21,28 T_1}{p_2 + 21,28 T_2} \right)^{0,034} + 0,718 T_2 \quad (8)$$

og Udtryk af samme Form, naar  $k_1$  gives andre Værdier.

Efter denne Formel og en tilsvarende Formel for Iltens Vedkommende er de i Tabellen over Observationerne under  $(p_1 - p_2)$  opførte Værdier beregnede. Et tilsvarende Sæt Værdier er beregnede under Antagelse af, at  $k_1$  sættes konstant lig 1,45. Beregningen, der gælder for de 10 Opvarmningssteder i Række, er foretaget paa den Maade, at det største af de i Ligevægtstilstanden fundne Tryk  $p_1$  er betragtet som givet, og deraf er Værdien for Trykket  $p_2$  efter det første Opvarmningssted beregnet. Heraf atter paa samme Maade Trykket efter det andet Opvarmningssted o. s. v.

Er Rørets Diameter ikke stor i Sammenligning med Middelvejlængden, kan man ikke saaledes, som det har været gjort i det foregaaende, betragte Molekulerne, der støder mod et Fladeelement af Rørvæggen, som kommende med den Hastighed, der findes i Middelvejlængdens Afstand fra Fladeelementet. Den Vejlængde  $\lambda'$ , som Molekulerne gennemsnitlig tilbagelægger fra de har ramt et andet Luftmolekul eller Rørvæggen, til de rammer den betragtede Fladeenhed, kan findes paa følgende Maade.

I en Længdeenhed af Røret, hvor Antallet af Molekuler er  $\pi R^2 N$ , foregaar der i Sekundet  $\pi R^2 N \frac{\Omega}{\lambda}$  indbyrdes Sammenstød og  $2\pi R \frac{1}{4} N \Omega$  Stød mod Væggene. Molekulerne støder altsaa ialt  $\pi R^2 N \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2R} \right) \Omega$  Gange i Sekundet; hvert af dem støder følgelig  $\left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2R} \right) \Omega$  Gange, mens Vejlængden  $\Omega$  gennemløbes. Den Vejlængde  $\lambda'$ , som gennemsnitlig gennemløbes uden Stød, bliver følgelig  $\lambda' = \frac{1}{\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2R}}$ ; er  $\lambda$  stor i Sammenligning med  $2R$ , faas  $\lambda' = 2R$ .

I Analogi med den tidligere Beregning af den Bevægelsesmængde  $M$ , som en Fladeenhed af Rørvæggen modtager, vil vi her sætte  $M = \div \frac{3\pi}{128} kNm\Omega\lambda' \frac{d\Omega}{dl}$ . Idet vi i Ligevægts-tilstanden skal have

$$2\pi RM + \pi R^2 \frac{dp}{dl} = 0,$$

faas

$$\frac{3\pi}{128} kNm\Omega \frac{2R}{1 + \frac{2R}{\lambda}} \frac{d\Omega}{dl} = \frac{R}{2} \frac{dp}{dl}$$

Heraf faas ved Division med  $\frac{\pi}{8} Nm\Omega^2 = p$

$$\frac{dp}{p} = \frac{3}{4} k \frac{1}{1 + \frac{2R}{\lambda}} \frac{d\Omega}{\Omega}$$

Størrelsen  $k$ , der indgaar i denne Ligning, er forskellig for de forskellige Værdier af  $\frac{2R}{\lambda}$ . Hvis  $2R$  er forsvindende lille i Sammenligning med  $\lambda$ , gaar Ligningen over til

$$\frac{dp}{p} = \frac{3}{4} k \frac{d\Omega}{\Omega}$$

Et tilsvarende Udtryk kan imidlertid faas paa anden Maade. Af Ligningen

$$p = \frac{\pi}{8} Nm\Omega^2$$

faas ved Differentiation  $\frac{dp}{dl} = \frac{\pi}{8} Nm\Omega \frac{d\Omega}{dl}$ , idet Størrelsen  $\frac{\pi}{8} Nm\Omega$ , der er proportional med Antallet af Molekulestød, der træffer hver Fladeenhed, sættes konstant i hele Røret. Heraf faas Ligningen

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\Omega}{\Omega}$$

Sammenlignes dette med ovenstaaende Udtryk for  $\frac{dp}{p}$ , faas  $k = \frac{4}{3}$ . Indsættes Værdien for  $\Omega$  udtrykt ved  $T$  i sidste Ligning, faas  $\frac{dp}{p} = \frac{1}{2} \frac{dT}{T}$ , hvoraf ved Integration  $\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$ , altsaa, som det kunde ventes, den samme Ligevægtsbetingelse, som gælder ved den pludselige Temperaturovergang frembragt ved den tidligere omtalte Plade med et lille Hul. Denne Ligning gælder imidlertid kun, naar  $2R$  er forsvindende lille i Sammenligning med  $\lambda$ . Er  $2R$  stor i Sammenligning med  $\lambda$ , bliver  $\lambda' = \lambda$ , og i saa Tilfælde vil den paa Fladeenheden overførte Bevægelsesmængde paa Grund af Temperaturfaldet alene, som vi tidligere har set, kunne udtrykkes ved Størrelsen  $M$ , naar  $k$  sættes lig 1. Vi ser saaledes, at  $k$  med voksende Værdier for  $\frac{2R}{\lambda}$  aftager fra  $\frac{4}{3}$  til 1.

Er Størrelsen  $2R$  lille, men ikke forsvindende i Sammenligning med  $\lambda$ , vil vi som Tilnærmelse sætte  $k = \frac{4}{3}$ , hvilket giver

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{1 + \frac{2R}{\lambda}} \frac{d\Omega}{\Omega}$$

$$\text{Sættes her } \frac{d\Omega}{\Omega} = \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \text{ og } \lambda = \frac{1,12\sqrt{\pi}}{0,30967 \cdot 273 \cdot \sqrt{8}} \frac{\eta_0}{\sqrt{\rho_0}} \frac{T}{p} = c \frac{T}{p},$$



giver Integrationen med Tilnærmelse

$$\log \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2} \log \frac{cT_1 + 2Rp}{cT_2 + 2Rp}$$

Er  $p_1$  Trykket i det opvarmede Overgangssted mellem to ulige vide Rør med Radierne  $R$  og  $R_1$ , hvor  $R_1 > R$ , og antages ovenstaaende Ligning at gælde for det snævre Rør, faar vi paa lignende Maade for det vide Rør, naar Trykket i dette paa det Sted, hvor Temperaturen er  $T_2$ , kaldes  $p_2'$ ,

$$\log \frac{p_1}{p_2'} = \frac{1}{2} \log \frac{cT_1 + 2R_1p}{cT_2 + 2R_1p}$$

De to Ligninger giver ved Subtraktion

$$\log \frac{p_2'}{p_2} = \frac{1}{2} \log \left( \frac{cT_1 + 2Rp}{cT_2 + 2Rp} \cdot \frac{cT_2 + 2R_1p}{cT_1 + 2R_1p} \right) \quad (9)$$

Heraf faas atter som Tilnærmelse  $\frac{p_2' - p_2}{p_2} = \frac{p}{c} (R_1 - R) \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}$ .

Af denne Ligning ser vi, at det største Tryk findes i det videste Rør, og at Trykforskellens procentiske Størrelse er proportional med Temperaturdifferensen og med Radiernes Differens og tiltager med voksende Middeltryk  $p$ . Dette har dog som alt anført kun tilnærmelsesvis Gyldighed og kan kun betragtes som en Tilnærmelse, naar Middelvejlængden er stor i Sammenligning med Rørdiametrene. Tabellen over Observationerne viser god Overensstemmelse hermed.

### 3) Maalingernes Udførelse og Maalingsresultater

Til Maalingerne benyttedes to Mc. Leeds Manometre, der forbandtes med det af ulige vide Stykker sammensatte Rør. I den første Række Maaling benyttedes kun et enkelt Kapillarrør med en Diameter af ca. 0,6 mm, medens det vide Rørs Diameter var ca. 14 mm. Det snævre Rørstykke var 9 cm langt. Rørsammenføjnngen opvarmedes i et Bad dannet af

en letsmeltelig Legering til en Temperatur af ca. 350°. Det snævre Rørs anden Ende fik derved en Temperatur af ca. 100°. De to Manometre kunde forbindes med hinanden direkte ved et 1 cm vidt Rør, der kunde afspærres med Kvægsølv. Ved de Maalinger, som udførtes ved Tryk større end 5 mm Kvægsølv, bestemtes den i Ligevægtstilstanden bestaaende Trykforskel ved Maaling af Højdeforskellen mellem Kvægsølvoverfladerne i de to Grene af dette Forbindelsesrør. Maalingerne med Mc. Leods Manometre udførtes paa den Maade, at Trykkene  $p_1$  og  $p_2$  maalt, mens eller umiddelbart efter at der havde været direkte Forbindelse mellem Apparatets to Sider. Dernæst afspærredes for denne Forbindelse, saa de to Manometre kun var forbundne med det ulige vide Rør med det eller de opvarmede Sammenføjningssteder. Apparatet henstod derpaa saa længe, at Trykkene ikke mere forandredes, hvorpaa  $p_1$  og  $p_2$  bestemtes. (Hvor længe dette vilde vare, kunde bestemmes ved et Gennemstrømningsforsøg uden Opvarmning af Røret). Det er denne Bestemmelse af  $p_1$  og  $p_2$ , som har særlig Interesse, medens den forrige, hvor man skulde finde  $p_1$  og  $p_2$  lige store, kun tjener til at give en Forestilling om Maalingernes Nøjagtighed. Dette er af særlig Betydning i den første Forsøgsrække, hvor de fundne Trykforskelle især ved lave Tryk er meget smaa, og hvor man maa være særlig opmærksom overfor eventuelle Utætheder i Apparatet. Efter den sidst omtalte Bestemmelse af  $p_1$  og  $p_2$  forbandtes de to Manometre atter direkte med hinanden ved det 1 cm vide Rør, og Trykkene bestemtes paany. Trykbestemmelserne før og efter den egentlige Maaling er ogsaa opførte i Tabellen over Maalingerne med den ene Rørsammenføjning. Trykkene er angivne i mm Kvægsølvtryk.

Under  $\frac{p_1 + p_2}{2}$  er Middeltrykkene beregnede for at vise, at

Luftmængden i Apparatet har holdt sig konstant under Forsøgene. I Forsøget ved det største Tryk er den første Angivelse

Tabel I

Brintfyldning. En Rørsammenføjning opvarmet  
 $p_1$  og  $p_2$  angives i mm Kvægsøltryk

	$p_1$	$p_2$	$\frac{p_1+p_2}{2}$	$p_1-p_2$	$\frac{p_1}{p_2}$
Direkte Forbindelse . . . . .	0,0218	0,0216	0,0217	"	"
Forbindelse gennem det opvarmede Rør . . . . .	0,0223	0,0211	0,0217	0,0012	1,057
Direkte Forbindelse . . . . .	0,0218	0,0217	0,0218	"	"
Direkte Forbindelse . . . . .	0,260	0,258	0,259	"	"
Forbindelse gennem det opvarmede Rør . . . . .	0,282	0,241	0,262	0,041	1,170
Direkte Forbindelse . . . . .	0,261	0,259	0,260	"	"
Direkte Forbindelse . . . . .	1,366	1,373	1,370	"	"
Forbindelse gennem det opvarmede Rør . . . . .	1,424	1,315	1,370	0,109	1,083
Direkte Forbindelse . . . . .	1,379	1,370	1,375	"	"
Direkte Forbindelse . . . . .	5,219	5,248	5,234	"	"
Forbindelse gennem det opvarmede Rør . . . . .	5,268	5,175	5,222	0,093	1,018
Direkte Forbindelse . . . . .	5,222	5,227	5,225		

for  $p_1$  saa meget større end de øvrige, at der formodentlig er begaaet en lille Iagttagelsesfejl. Af Kolonnen  $p_2 - p_1$  ser man, at der, som omtalt tidligere, findes en hastig Stigning med voksende Tryk. Ved det største Tryk er Trykforskellen dog noget mindre end ved det næststørste. Ogsaa den procentiske Forskel  $\frac{p_1 - p_2}{p_2}$  og dermed Forholdet mellem Trykkene har et Maksimum og udviser i det hele taget en Gang, som var at vente efter det i forrige Afsnit anførte. At Trykforskellen  $p_1 - p_2$  naar et Maksimum, fra hvilket den aftager med voksende Tryk, frembyder større teoretisk Vanskelighed, og en nøjere eksperimentel Undersøgelse heraf har særlig Interesse af Hensyn til Brinttermometrets Anvendelse som Normalinstrument.

Jeg har derfor søgt at forøge Virkningen ved at forbinde de to Manometre med Rør, forsynet med flere Indsnævringer

og Udvidelser, og benytte større Temperaturdifferenser. Røret lavedes som Fig. 3 viser. De tykke Streger betegner de vide Rør, de tynde betegner de snævre. Saavel de vide som de snævre var hver 5 cm lange. De vide Rør havde en Lysning paa 10,2 mm, de snævre en Lysning paa 0,374 mm i Middel-værdi. Den sidstnævnte Størrelse bestemtes ved Udvejning mod Kvægsølv. Forskellen mellem de forskellige Kapillarrør-stykkers Diameter var yderst ringe. Paa de Steder, der i Figuren er betegnede med en lille Firkant, var der viklet Asbest om Rørene og imellem dem, og udenom Asbesten vikledes en Platintraad, der atter dækkedes med Asbest. Platintraaden holdtes glødende ved en elektrisk Strøm og gav saaledes hver-anden Rørsammenføjning saa høj en Temperatur, som jeg

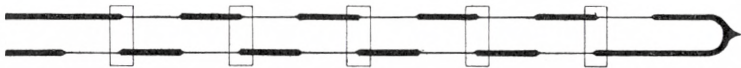


Fig. 3.

ventede at Glasset kunde taale i længere Tid. Temperaturforskellen mellem de opvarmede og de ikke opvarmede Rørsammenføjninger bestemtes ved et Termoelement at være 500°. Termoelementet var anbragt udenpaa Glasset, hvorfor den Temperatur, der fandtes paa Glassets Inderside, ikke blev saa godt bestemt, som det kunde ønskes. Ved de høje Tryk, ved hvilke Maalingerne har særlig Interesse, bliver Fejlen paa Bestemmelsen af Trykforskellen imidlertid saa stor, at Temperaturbestemmelsen er nøjagtig nok.

Af Tabel II fremgaar det, at man for smaa Tryk har Forholdet mellem Trykkene i Ligevægtstilstanden voksende med voksende Tryk. Forholdet  $\frac{p_1}{p_2}$  er for det mindste Tryk fundet lig 2,33, hvor den teoretiske Formel (9) giver 2,49. Den største iagttagne Værdi for  $\frac{p_1}{p_2}$  er 9,98, saa den i Principet saa simple Rørsammensætning med passende Opvarmning i dette Tilfælde



Tabel II

Brintfyldning. 10 Rørsammenføjninger opvarmede  
 $p_1$  og  $p_2$  angives i mm Kvægsøltryk

$p_1$	$p_2$	$p_1 - p_2$	$\frac{p_1}{p_2}$	$(p_1 - p_2)$ beregnet af Formel 8	
				$k_1 = 1$	$k_1 = 1,45$
0,00978	0,00419	0,00559	2,33	"	"
0,278	0,0314	0,2466	8,85	"	"
0,475	0,0476	0,4274	9,98	"	"
3,601	1,169	2,432	3,09	2,153	3,303
4,834	2,058	2,776	2,35	1,917	2,906
16,5	15,1	1,4	1,09	0,96	1,22
65,2	64,8	0,4	1,006	0,33	0,50
235,1	235,0	0,1	1,0005	0,06	0,14
760,0		Ingen Trykdifferens kunde observeres			

Iltfyldning:

3,133	1,747	1,386	1,79	1,027	"
-------	-------	-------	------	-------	---

virker som en Pumpe. Særlig Interesse har imidlertid Sammenligningen mellem de ved større Tryk end 1 mm Kvægsølv iagttagne og beregnede Værdier for Trykforskellen i Ligevægts-tilstanden.

Alle de iagttagne Trykforskelle er større end de ad teoretisk Vej fundne under Antagelse af, at  $k_1$  kunde sættes konstant lig 1, og de er paa en enkelt Undtagelse nær alle mindre end de Værdier, som beregnes ved at sætte  $k_1$  konstant lig 1,45. Da vi nu har ventet, at  $k_1$  med voksende Tryk vokser fra 1 til en vis Grænseværdi, maa Overensstemmelsen mellem de iagttagne og de beregnede Værdier anses for at være saa god, som den behøver at være, for at de forefundne Trykforskelle fuldstændig kan forklares ad den i Teorien angivne Vej. Observationen for Ilt passer ogsaa godt ind i Systemet. Den beregnede Værdi for Trykforskellen, idet  $k_1$  sættes lig 1, er ogsaa her mindre end den iagttagne. Beregnes Trykforskellen under Forudsætning af, at der ikke foregaar nogen Strømning

i Røret, faas for Ilt  $p_1 - p_2 = 1,58$  mm, der saaledes, som det kunde ventes, er større end den iagttagne Værdi 1,39 mm. Det skal bemærkes, at det største Tryk i alle Tilfælde er forefundet, hvor man efter Teorien skulde vente det. De her omtalte Beregninger er udført af Frk. KIRSTINE SMITH.

Den forefundne Overensstemmelse mellem Teori og Iagttagelserne viser, at man har god Grund til at vente, at Teorien i Hovedsagen er rigtig. Heraf følger, at man antagelig kan beregne den Fejl, som begaas, naar man ved Maaling med Brinttermometret sætter det Tryk, som maales udenfor den varme Beholder, lig med det Tryk, som virkelig findes i Beholderen. Sættes den Værdi, hvortil  $k_1$  ventes at konvergere, ved store Tryk lig 1,40, sættes  $R = 0,035$ ,  $T_1 = 373$  og  $T_2 = 273$ , faas, at Trykket i Beholderen er 0,18 Dyn/cm<sup>2</sup> større end det Tryk, som maales udenfor Beholderen, altsaa en umærkelig ringe Fejl.

Af den udviklede Teori tør man slutte, at naar en Luftart er i Berøring med et fast Legeme eller en Vædske, i hvis Overflade der findes Temperaturforskelle, vil Luften glide langs Legemets eller Vædskens Overflade fra Steder med lavere til Steder med højere Temperatur, og denne Glidningsstrøm kompenseres ved tilbagegaaende Strømninger ad andre Baner i den omgivende Luftmasse eller ved en ringe, men vedvarende Forskydning af denne. Af Teorien følger ogsaa, at naar en porøs Plade er varmere paa den ene Side end paa den anden, vil den suge Luften gennem sig fra den kolde til den varme Side og vedblive dermed, saa længe Temperaturforskellen oprettholdes, med mindre der paa den varme Side findes et Overtryk af en passende Størrelse. Dette kan som tidligere nævnt let demonstreres med simple Midler.

## STJERNESKUD

OVER DANMARK OG NÆRMESTE OMLANDE FRA  
1908—1909 INKL.

Af

TORVALD KØHL

Nedenstaaende Beretning fremkommer som Supplement til de i „Oversigt over det Kgl. danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger“ 1905 Nr. 3, 1906 Nr. 3 og 1907 Nr. 5 offentliggjorte Meddelelser om de her i Landet ledede Meteor-iagttagelser.

**Observationskolonier,**  
ordnede efter Tidsfølgen.

Nr.	Aar	Station	Observator	Antal app. Baner
31	1908	Odder („Carina“)	Torvald Køhl	—
		København („Urania“)	H. E. Lau	—
		Odense	S. Carstens	—
		Kolding	Holger Nielsen	18
		Tarm	Ch. Frost	—
		Hjørring	Henrik Wanning	—
32	1909	Kristiania (Norge)	Carl Werenskjold	10
		Odder („Carina“)	Torvald Køhl	17
		København I	{ Otto Asmussen Hans Eigtved }	70
		København II	S. A. Kierulff	1
		København III	K. G. Ochsner	1
		Vallekilde	K. Kæstel	18
		Aarhus	Hjalmar Aae	1
		Ørum	A. Laursen	35
		Vejle	{ Ludvig Dolleris Fr. Helweg }	25
		Fredericia	Ch. Frost	6
		Kolding	Holger Nielsen	20
		Varde	N. H. Bossen	9
		Sønderborg	{ Frk. Maria Wolff C. Lavaetz }	14

I alt ... 245

NB. At ingen Iagttagelser foreligger, skyldes ugunstigt Vejrlig.  
København I betegner Meteorologisk Institut.

## Stationerne.

Nr.	Station	G. Længde (fra Københavns Observatorium)	G. Bredde n.	Afstand fra	
				Jordaksen	Ækvators Plan
				Kilometer	Kilometer
1	Aarhus . . . . .	2°22'.0 v.	56° 8'.4	3562	5272
2	Fredericia . . . . .	2°49'.0 v.	55°33'.7	3614	5237
3	Kolding . . . . .	3° 6'.1 v.	55°29'.5	3621	5232
4	København I. . . . .	0° 1'.4 ø.	55°41'.3	3603	5244
5	København II. . . . .	0° 3'.8 v.	55°41'.3	3603	5244
6	København III . . . . .	0° 0'.6 v.	55°41'.5	3603	5244
7	Odder . . . . .	2°25'.7 v.	55°58'.4	3577	5262
8	Sønderborg . . . . .	2°46'.5 v.	54°55'.0	3673	5196
9	Vallekilde . . . . .	1° 9'.0 v.	55°44'.5	3598	5248

## Stationsparrene.

Nr.	Stationspar	Længde- differens	(A)	D	log K
1	I Odder . . . . . } II København I. . . . . }	2°27'.1	81°30'.8	÷ 6°35'.3	2.1956
2	I Odder . . . . . } II København II } . . . . .	2°21'.9	81°12'.5	÷ 6°49'.3	2.1806
3	I Odder . . . . . } II København III } . . . . .	2°25'.1	81°24'.0	÷ 6°40'.6	2.1899
4	I Odder . . . . . } II Vallekilde . . . . . }	1°16'.7	75°20'.5	÷ 9°34'.5	1.9251
5	I Fredericia . . . . . } II Aarhus . . . . . }	0°27'.0	151°42'.0	+ 30°39'.1	1.8467
6	I Kolding . . . . . } II Odder . . . . . }	0°40'.4	136°18'.7	+ 26°14'.4	1.8316
7	I Sønderborg . . . . . } II Odder . . . . . }	0°20'.8	167°18'.0	+ 33°52'.7	2.0733

I betegner den vestlige, II den østlige Station. (A) og D betegner henholdsvis Rektascension og Deklination for det Punkt paa Himlen, der træffes af en ret Linie fra Station I gennem Station II ved 0<sup>h</sup> 0<sup>m</sup> 0<sup>s</sup> Stjernetid for Station I.



## Simultan-lagttagelser.

Nr.	Tid	Station	Meteorets				Størrelse	Anmærkninger
			Begyndelse		Ende			
			$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\delta$		
85	1909, August 9, 11 <sup>h</sup> 3 <sup>m</sup> pm. <sup>1</sup>	Odder	(35 <sup>o</sup> + 80 <sup>o</sup> )	(215 <sup>o</sup> + 82 <sup>o</sup> )	1	Bred Stribe gennem Polarstjernen. <sup>2</sup>		
		København I	35 + 78 (194 + 58) 196 + 56	220 + 79 (206 + 38) 203 + 40.5	4	Gul.		
86	1909, August 10, 9 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> pm.	Fredericia	(40 + 53)	(30 + 48)	>♀	Lang, bred Hale i 10 <sup>s</sup> . Farven hvid, gul og tilsids-t blaagrøn. Efterlader i 5—6 <sup>s</sup> en grøn Stribe.		
		Aarhus	42 + 54 (23 + 62) 21 + 61	33 + 50 (5 + 57) 0 + 53	1			
87	1909, August 10, 10 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup> 10 <sup>s</sup> pm.	Kolding		(355 + 9)	1			
		Odder		355 + 9 (345 + 4) 345 + 4	1			
88	1909, August 10, 10 <sup>h</sup> 23 <sup>m</sup> 50 <sup>s</sup> pm.	Odder	(353 + 20)	(345 + 10)	3			
		København I	354 + 21 (320 + 50) 320 + 50	348 + 10 (295 + 28) 297 + 32	1			
		Sønderborg		(20 + 33) 18 + 28	2			
		Vallekilde		(338 + 26) 336 + 23	1			
89	1909, August 10, 10 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 40 <sup>s</sup> pm.	Sønderborg	(24 + 43)	(18 + 35)	3			
		Odder	23 + 37.5 (349 + 18) 350 + 20	20 + 30 (346 + 4) 346 + 9	4			
90	1909, August 10, 11 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup> pm.	Sønderborg		(65 + 43)	2			
		Odder		65 + 43.5 (27 + 37) 27 + 36.5	1			
91	1909, August 10, 11 <sup>h</sup> 23 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup> pm.	Odder	(354 + 9)	(349 ÷ 2)	2	Stribe.		
		Vallekilde	355 + 11 (247 + 37) 246 + 34	350 ÷ 1 (242 + 15) 241 + 14	1			
92	1909, August 10, 11 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> pm.	Sønderborg	(41 + 49)	(57 + 36)	1			
		Odder	45 + 45.5 (23 + 38) 25 + 40	54 + 39 (16 + 30) 20 + 27	4			
93	1909, August 19, 9 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> 48 <sup>s</sup> pm.	Odder	(320 + 23)	(329 ÷ 5)	3/4	Pragtfuldt Meteor i 3 <sup>s</sup> .		
		København II	320 + 25 (251 + 39) 251 + 37	329 ÷ 5 (220 + 5) 220 + 5	♀	Pragtfuldt Meteor i 2—3 <sup>s</sup> .		
94	1909, Septbr. 14, 8 <sup>h</sup> 58 <sup>m</sup> pm.	Odder	(330 ÷ 1)	(352 ÷ 12)	3	Ildgnistrende Me- teor, Varighed 8 <sup>s</sup> .		
		København III	330 + 0 (295 + 5) 295 + 5	350 ÷ 10 (310 ÷ 5) 315 ÷ 10	1	Meteoret opløses i 20 —30 rød. Gnister.		

<sup>1</sup> Mellemeuropæisk Zonetid. <sup>2</sup> De i Parentes satte Positioner er de *observerede*, de andre de *korrigerede*.

### Oversigt over Beregnings-Resultaterne.

$\lambda$  betegner geogr. Lgd. fra Københavns Observatoriums Meridian,  $\varphi$  nordlig geogr. Bredder for det Punkt, hvor Meteoret stod i Zenit,  $h$  Højden over samme Punkt.

Nr.	Begyndelse			Ende			Banens Længde	Radiant	
	$\lambda$	$\varphi$	$h$	$\lambda$	$\varphi$	$h$	$l$	$\alpha$	$\delta$
	° ,	° ,	Kilom.	° ,	° ,	Kilom.	Kilom.	°	°
85	1 52.4 v.	56 48.4	132.8	2 50.5 v.	56 36.6	114.8	67.0	37	+ 24
86	1 9.7 v.	56 56.4	106.0	1 19.4 v.	56 30.2	77.5	57.3	77	+ 61
87				1 44.7 ø.	54 43.3	126.1			
88 A	0 37.4 ø.	55 39.0	125.0	0 7.6 ø.	55 21.8	86.1	59.2	32	+ 57
B				0 7.6 ø.	55 22.0	86.1			
C				0 8.4 ø.	55 21.6	87.6			
89	0 11.3 v.	55 30.1	112.9	0 21.1 v.	55 16.0	86.1	39.1	63	+ 71
90				0 36.7 v.	56 16.0	79.0			
91	1 39.8 v.	55 43.7	31.5	1 46.9 v.	55 39.7	21.2	15.7	36	+ 61
92	1 42.4 ø.	56 34.3	226.1	0 7.0 v.	55 59.2	92.2	190.0	32	+ 52
93	1 5.6 v.	55 26.4	124.9	1 25.4 v.	55 26.8	28.4	97.0	54	+ 53
94	0 35.0 v.	54 13.4	137.9	0 23.2 ø.	54 28.0	63.6	102.0	261	+ 26

Særlig Interesse frembyder Nr. 88, som saas paa 5 Stationer, af hvilke den ene (Ørum) dog maatte udgaa, da Iagttagelsen ikke viste sig brugbar. Derimod kombineredes Stationerne Odder—København (A), Sønderborg—Odder (B) og Odder—Vallekilde (C). Nr. 92 viser en ualmindelig stor Begyndeshøjde, som kun overtræffes af Højden for Nr. 74, som var 234.6 Km. Nr. 93 var et sjælden smukt Meteor, om hvilket der indkom 17 Beretninger fra alle Landets Egne. Mod Slutningen af Løbet blev Meteorets Bevægelse siksakformig og antog Regnbuefarver. Iagttageren i København bemærker, at Meteorets lysegroen Skær meddelte sig til en lavtstaaende Sky.

### Radiationspunkterne.

Nedenstaaende Liste giver Radianterne med Tilføjelse i Parentes af det til hver enkelt Radiant benyttede Antal Baner, hvilket Antal atter er fremstillet i 2 Addender, som viser henholdsvis, hvor mange Baner der laa indenfor 0—2°, og hvor mange der laa i 2—5° Afstand fra Radianten.

- 1908, August 9: 58° + 54° (3 = 3 + 0)  
 47° + 65° (5 = 3 + 2)  
 August 11: 47° + 65° (5 = 4 + 1)  
 1909, August 9: 43° + 56° (10 = 7 + 3)  
 25° + 40° (4 = 4 + 0)  
 350° + 38° (1 stationært)  
 285° + 17° (2 langsomme)

- 1909, August 10:  $45^\circ + 57^\circ$  ( $26 = 18 + 8$ )  
 $50^\circ + 70^\circ$  ( $7 = 4 + 3$ )  
 $25^\circ + 40^\circ$  ( $13 = 10 + 3$ )  
 (1 langsomt fra samme Egn  
 som de i Gaar iagttagne)
- August 11:  $45^\circ + 57^\circ$  ( $23 = 15 + 8$ )  
 $50^\circ + 70^\circ$  ( $4 = 4 + 0$ )  
 $25^\circ + 40^\circ$  ( $2 = 2 + 0$ )
- August 12:  $47^\circ + 57^\circ$  ( $21 = 14 + 7$ )  
 $50^\circ + 70^\circ$  ( $4 = 4 + 0$ )  
 $339^\circ + 21^\circ$  ( $3 = 3 + 0$ )  
 $290^\circ + 60^\circ$  ( $4 = 3 + 1$ )  
 $77^\circ + 63^\circ$  ( $4 = 4 + 0$ )

Det ene af sidstnævnte var stationært.

---